

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE
ZAVOD ZA ŠKOLSTVO
HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za regionalno natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
12. svibnja 2006. godine

5. razred

1. Koliko ima četveroznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenaka jednak 5?
2. Zbroj dvaju brojeva je 432, a njihov najveći zajednički djelitelj je 36. Odredi te brojeve.
3. Majka je svojim kćerima odobrila da u subotu provedu određeno vrijeme igrajući se na računalu. Najstarija kći Marina utrošila je $\frac{1}{4}$ predviđenog vremena i još 32 minute, Ana je utrošila $\frac{1}{4}$ preostalog vremena i još 32 minute, Renata $\frac{1}{4}$ novog ostatka i još 32 minute, a Željka preostalih 88 minuta. Koliko je vremena provela pojedina kći igrajući se na računalu?
4. Odredi najmanji prirodni broj djeljiv sa 72 kojem je zbroj znamenaka jednak 72.
5. Marko ima 13 športskih sličica pravokutnog oblika. Duljina svake sličice je 8 cm, a širina 5 cm. Na koliko se različitih načina može od svih sličica složiti veliki pravokutnik? Izračunaj opseg i površinu svakog od dobivenih pravokutnika.

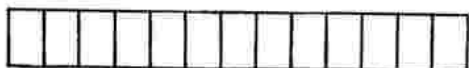
RJEŠENJA ZA 5. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČLI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENTITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Broj 5 može se prikazati kao zbroj 4 prirodna broja na 6 načina:
 a) $5=5+0+0+0$, b) $5=4+1+0+0$, c) $5=3+2+0+0$, d) $5=3+1+1+0$, e) $5=2+2+1+0$,
 f) $5=2+1+1+1$. 3 BODA
 Ako uvažimo redoslijed pribrojnika, onda su to brojevi:
 a) 5000, 1 BOD
 b) 4100, 4010, 4001, 1400, 1040, 1004, 1 BOD
 c) 3200, 3020, 3002, 2300, 2030, 2003, 1 BOD
 d) 3110, 3101, 3011, 1310, 1301, 1130, 1103, 1031, 1013, 1 BOD
 e) 2210, 2201, 2120, 2102, 2021, 2012, 1220, 1202, 1022, 1 BOD
 f) 2111, 1211, 1121, 1112. 1 BOD
 Traženih brojeva ima 35. 1 BOD
UKUPNO 10 BODOVA
2. Neka su a i b traženi brojevi te neka je $a \leq b$.
 Kako je 36 njihov najveći zajednički djelitelj, onda je $a=36m$ i $b=36n$, pri čemu su $m, n \in \mathbb{N}$, $m \leq n$ i $D(m, n)=1$. 3 BODA
 Tada je $a+b=36m+36n=36(m+n)=432$ te zaključujemo da je $m+n=12$. 3 BODA
 S obzirom da je $m \leq n$ i $D(m, n)=1$, postoje dvije mogućnosti:
 a) $m=1$, $n=11$ i b) $m=5$, $n=7$. 2 BODA
 Dakle, traženi brojevi su: a) $a=36$, $b=396$ i b) $a=180$, $b=252$. 2 BODA
UKUPNO 10 BODOVA
3. Vrijeme što ga je za računalom provela Željka, tj. 88 minuta i dio vremena što ga je za računalom provela Renata, tj. 32 minute, a to je 120 minuta, čini $\frac{3}{4}$ novog ostatka. To znači da je $\frac{1}{4}$ novog ostatka 40 minuta, odnosno da je novi ostatak 160 minuta. 2 BODA
 Tih 160 minuta i dio vremena što ga je za računalom provela Ana, tj. 32 minute, a to je 192 minute, čini $\frac{3}{4}$ preostalog vremena. To znači da je $\frac{1}{4}$ preostalog vremena 64 minute, odnosno da je preostalo vrijeme 256 minuta. 2 BODA
 Tih 256 minuta i dio vremena što ga je za računalom provela Marina, tj. 32 minute, a to je 288 minuta, čini $\frac{3}{4}$ predviđenog vremena. To znači da je $\frac{1}{4}$ predviđenog vremena 96 minuta, odnosno da je predviđeno vrijeme 384 minute. 2 BODA
 Prema tome, Marina se igrala 128 minuta, Ana 96 minuta, Renata 72 minute i Željka 88 minuta. 4 BODA
UKUPNO 10 BODOVA
4. Kako je $72=9 \cdot 8$, prirodni broj je djeljiv sa 72 ako je djeljiv i s 9 i s 8. 1 BOD
 Budući da je $7+2=9$, onda je svaki prirodni broj kojem je zbroj znamenaka 72 djeljiv s 9. 1 BOD
 Da bi broj bio djeljiv s 8, njegov troznamenkasti završetak mora biti djeljiv s 8. 1 BOD
 S obzirom da što broj ima manje znamenaka, to je i manji, treba odabrati troznamenkasti završetak djeljiv s 8 kojem je zbroj znamenaka najveći. Razmatranjem troznamenkastih završetaka djeljivih s 8, utvrđujemo da 888 ima najveći zbroj znamenaka koji je 24. 3 BODA
 To znači da zbroj preostalih znamenaka traženog broja treba biti 72-24 odnosno 48. 1 BOD
 Kako je broj najmanji ako mu je znamenka najvećeg dekadskog mjesta najmanja i $9+9+9+9+9+3=48$, traženi broj je 399 999 888. 3 BODA
UKUPNO 10 BODOVA

5. Od svih sličica može se složiti veliki pravokutnik na 3 načina:

a)



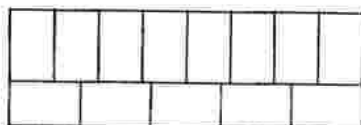
1 BOD

b)



1 BOD

c)



2 BODA

S obzirom da je svaki veliki pravokutnik složen od 13 sličica, površine su im međusobno jednake. Kako je površina jedne sličice jednaka $8 \cdot 5 = 40$, onda je površina svakog od velikih pravokutnika jednaka $40 \cdot 13 = 520 \text{ cm}^2$.

3 BODA

Za opsege velikih pravokutnika vrijedi:

a) $O = 2 \cdot (8 + 13 \cdot 5) = 146 \text{ cm}$,

1 BOD

b) $O = 2 \cdot (5 + 13 \cdot 8) = 218 \text{ cm}$,

1 BOD

c) $O = 2 \cdot ((8 + 5) + (5 \cdot 8)) = 106 \text{ cm}$.

1 BOD

.....UKUPNO 10 BODOVA

MINISTARSTVO ZNANOSTI, OBRAZOVANJA I ŠPORTA REPUBLIKE HRVATSKE

ZAVOD ZA ŠKOLSTVO

HRVATSKO MATEMATIČKO DRUŠTVO

MATEMATIKA

Zadaci za regionalno natjecanje učenika
osnovnih škola Republike Hrvatske
12. svibnja 2006. godine

6.razred

1. U tri sanduka ima 252 kg šećera. U prvom sanduku je $\frac{1}{4}$ sadržaja trećeg sanduka, a u drugom $\frac{3}{5}$ sadržaja prvog sanduka. Koliko šećera ima u svakom od sanduka?
2. Stjepan je na svadbu najboljeg prijatelja donio kobasicu dugu nekoliko desetaka metara. Domaćini su kobasicu razrezali na 8 dijelova. Stavili su na stranu 5 dijelova, a svaki od 3 preostala dijela razrezali na 8 manjih dijelova. Zatim su od svakog dijela kojeg su upravo razrezivali 5 manjih dijelova stavili na stranu, a svaki od preostala 3 manja dijela ponovno razrezali na 8 još manjih dijelova. Potom su to isto učinili i s ovim još manjim dijelovima. Na koliko je ukupno dijelova razrezana Stjepanova kobasica bez obzira na veličinu dijelova?
3. Zbrajanjem po dva od pet različitih cijelih brojeva dobiveni su sljedeći zbrojevi 0,1,2,4,5,6,7,8,9 i 10. Koji su to cijeli brojevi?
4. Duljina jedne stranice trokuta ABC je a , druge je $7a$ i duljina treće stranice je također višekratnik od a . Koliki je opseg trokuta ABC?
5. Neka je ABCD paralelogram kojemu su sve stranice jednakih duljina. Simetrala kuta $\angle CAB$ siječe stranicu $\overline{BC}$ u točki E i pritom je $|\angle BEA| = 54^\circ$. Odredi veličine kutova paralelograma ABCD.

RJEŠENJA ZA 6. RAZRED

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

1. Neka je x količina šećera u trećem sanduku. Tada je $\frac{1}{4}x$ količina šećera u

prvom sanduku, a $\frac{3}{5}\left(\frac{1}{4}x\right) = \frac{3}{20}x$ je količina šećera u drugom sanduku. 2 BODA

Zato vrijedi $\frac{1}{4}x + \frac{3}{20}x + x = 252$. 2 BODA

Rješavanjem jednadžbe slijedi $x=180$. 2 BODA

Dalje je $\frac{1}{4}x = \frac{1}{4} \cdot 180 = 45$ i $\frac{3}{20}x = \frac{3}{20} \cdot 180 = 27$. 2 BODA

U prvom sanduku je 45 kg šećera, u drugom je 27 kg šećera, a u trećem je 180 kg šećera. 2 BODA

.....UKUPNO 10 BODOVA

2. Kobasicu su 1. rezanjem razdijelili na 8 dijelova. Na stranu su stavili 5 dijelova, a preostala 3 će se dalje rezati. 2 BODA

Zatim se 2. rezanjem dobije $3 \cdot 8$ manjih dijelova. Na stranu se stavlja $3 \cdot 5$ manjih dijelova, a preostalih $3 \cdot 3$ će se dalje rezati. Nakon 2. rezanja na stranu je stavljeno $5 + 3 \cdot 5$ dijelova. 3 BODA

Potom se 3. rezanjem dobije $3 \cdot 3 \cdot 8$ još manjih dijelova. Na stranu se stavlja $3 \cdot 3 \cdot 5$, a preostalih $3 \cdot 3 \cdot 3$ će se dalje rezati. Nakon 3. rezanja na stranu je stavljeno $5 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 5$ dijelova. 3 BODA

Na kraju se 4. rezanjem dobije $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8$ dijelova pa je ukupan broj dijelova $5 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8 = 5 + 15 + 45 + 216 = 281$. 2 BODA

.....UKUPNO 10 BODOVA

3. S obzirom da se svaki od pet cijelih brojeva zbraja sa svakim od preostala četiri, zbroj dobivenih zbrojeva četverostruko je veći od zbroja tih pet brojeva. Dakle, zbroj pet cijelih brojeva jednak je $(0 + 1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) : 4 = 13$. 3 BODA

Očito je zbroj dvaju najmanjih brojeva jednak 0, a zbroj dvaju najvećih jednak 10 pa je treći po veličini jednak $13 - (0 + 10) = 3$. 2 BODA

Jasno je da je zbroj najmanjeg broja i trećeg po veličini jednak 1 pa je najmanji broj jednak $1 - 3 = -2$. Kako je zbroj dvaju najmanjih brojeva jednak 0, onda su to brojevi -2 i 2 . 2 BODA

Jasno je da je zbroj najvećeg broja i trećeg po veličini jednak 9 pa je najveći broj jednak $9 - 3 = 6$. Kako je zbroj dvaju najvećih brojeva jednak 10, onda su to brojevi 4 i 6 . 2 BODA

Traženi cijeli brojevi su $-2, 2, 3, 4$ i 6 . 1 BOD

.....UKUPNO 10 BODOVA

4. Neka je c duljina treće stranice trokuta ABC. Tada je $c=na$, pri čemu je $n \in \mathbb{N}$. 1 BOD

Budući da je zbroj duljina dviju stranica trokuta uvijek veći od duljine treće stranice, onda je $c < a + 7a$ odnosno $na < 8a$ pa je $n < 8$. 3 BODA

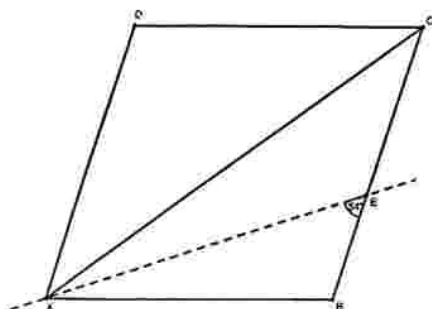
Zbog istog razloga je $a + c > 7a$ odnosno $na > 6a$ pa je $n > 6$. 3 BODA

To znači da je $n=7$ te je $O=a+7a+7a=15a$. 2 BODA

Opseg trokuta ABC je $15a$. 1 BOD

.....UKUPNO 10 BODOVA

5. Skica



1 BOD

Neka je $\alpha = |\angle DAB| = |\angle BCD|$ i $\beta = |\angle ABC| = |\angle CDA|$.

Kako su paralelogramu ABCD sve stranice jednakih duljina, prema poučku

S-S-S o sukladnosti slijedi $\triangle ABC \cong \triangle ADC$. To znači da je $|\angle CAB| = |\angle CAD|$

pa je $|\angle EAB| = \frac{\alpha}{4}$.

4 BODA

Za unutarnje kutove trokuta $\triangle ABE$ vrijedi $|\angle EAB| + |\angle ABE| + |\angle BEA| = 180^\circ$

odnosno $\frac{\alpha}{4} + (180^\circ - \alpha) + 54^\circ = 180^\circ$.

3 BODA

Slijedi da je $\alpha = 72^\circ$ i $\beta = 108^\circ$.

2 BODA

.....UKUPNO 10 BODOVA